



MISKOLCI EGYETEM

---

**MŰSZAKI FÖLD- ÉS  
KÖRNYEZETTUDOMÁNYI  
KAR**

Tantárgy neve: **Mérnöki statisztika**

**MŰSZAKI FÖLD- ÉS KÖRNYEZETTUDOMÁNYI KAR BSc KÉPZÉS  
(nappali munkarendben)**

**TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ**

**MISKOLCI EGYETEM  
MŰSZAKI FÖLD- ÉS KÖRNYEZETTUDOMÁNYI KAR  
NYERSANYAGELŐKÉSZÍTÉS ÉS KÖRNYEZETTECHNOLÓGIA INTÉZET**

Ajánlott félév: 3. félév

## Tartalomjegyzék

1. Tantárgyleírás, tárgyjegyző, óraszám, kreditérték
2. Tantárgytematika (óraóra lebontva)
3. Minta zárthelyi
4. Vizsgakérdések
5. Egyéb követelmények

# 1. TANTÁRGYLEÍRÁS

<b>(1.) Tantárgy neve: Mérnöki statisztika</b>	<b>Kreditértéke: 4</b>
A tantárgy besorolása: kötelező	
A tantárgy elméleti vagy gyakorlati jellegének mértéke, „képzési karaktere” <sup>12</sup> : 50% előadás, 50 % gyakorlati foglalkozás (kredit%)	
A tanóra <sup>1</sup> típusa és óraszám: 2 ea. + 2 gyak. az adott félévben, (ha nem (csak) magyarul oktatják a tárgyat, akkor a nyelve: .....) Az adott ismeret átadásában alkalmazandó további (sajátos) módok, jellemzők <sup>2</sup> (ha vannak): .....	
A számonkérés módja (koll. / gyj. / egyéb <sup>3</sup> ): írásbeli és szóbeli vizsga Az ismeretellenőrzésben alkalmazandó további (sajátos) módok <sup>4</sup> (ha vannak): .....	
A tantárgy tantervi helye (hányadik félév): 3.	
Előtanulmányi feltételek (ha vannak): Matematika 2	
<b>Tantárgy-leírás: az elsajátítandó ismeretanyag tömör, ugyanakkor informáló leírása</b>	
<p>Bevezetés, a matematikai statisztika egy-egy alkalmazási példája bányá és geotechnikai, nyersanyagelőkészítési, műszaki földtudományi, ill. olaj- és gázmérnöki területen. Egydimenziós valószínűség-eloszlások. A valószínűségi változó fogalma. Az alapsokaság elméleti jellemzői. A várható érték és a szórás. Az eloszlás- és a sűrűségfüggvény definíciója és tulajdonságai. Nevezetes eloszlások sűrűség- és eloszlásfüggvényei (egyenletes, normál, standard normál, exponenciális, Poisson, student, khi-négyzet, stb.). Nevezetes eloszlások várható értéke és szórása. A normalizálás. Az alapsokaság elméleti jellemzőinek becslése véletlenszerű mintavételezéssel. A minta empirikus jellemzői: a mintaátlag, az empirikus szórás, a minta eloszlás- és sűrűségfüggvénye és a hisztogram. Adott minta nevezetes jellemzői: medián, módusz, leggyakoribb érték, stb. A korrigált empirikus szórás, miért kell korrigálni? A centrális határeloszlási tétel. Megbízhatósági intervallum becslése a várható értékre ismert szórás esetén. Megbízhatósági intervallum becslése a várható értékre, amikor a szórás nem ismert. Megbízhatósági intervallum becslése a szórásra.</p> <p>Az együtt változás jellemzése, a kovariancia fogalma. A Pearson-féle lineáris és a Spearman-féle rangkorrelációs együttható. Lineáris és nemlineáris regressziós módszerek. Helyfüggő paraméterek becslése geostatistikai (krigelési) eljárásokkal. Variogram modellek. Többdimenziós valószínűség-eloszlások. Többváltozós adatelemzés, a mérési adatok mátrixba rendezése és skálázása. Csoportosítási eljárások, hierarchikus és nem-hierarchikus klaszterelemzés. Mérnöki és földtudományi alkalmazások.</p>	
A 2-5 legfontosabb kötelező, illetve ajánlott irodalom (jegyzet, tankönyv) felsorolása bibliográfiai adatokkal (szerző, cím, kiadás adatai, (esetleg oldalak), ISBN)	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Denkinger G.: Valószínűségszámítás. Nemzeti Tankönyvkiadó. ISBN 963-18-5239-3, 1993.</li> <li>2. Faitli J. – Mucsi G. – Gombkötő I. – Nagy S. – Antal G.: Mechanikai eljárástechnikai praktikum. Miskolci Egyetemi Kiadó. 2017.</li> <li>3. Faitli J.: Mintavételezés Előkészítőművekben. Egyetemi jegyzet. Kézirat. Miskolci Egyetem. 2013.</li> <li>4. Faitli J.: Sampling in Processing Plants. Kézirat. Miskolci Egyetem. 2014.</li> <li>5. Steiner Ferenc, 1990. A geostatistika alapjai. Tankönyvkiadó.</li> <li>6. Horvai György (szerk.), 2001. Sokváltozós adatelemzés (kemometria). Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.</li> </ol>	

<sup>1</sup> Nftv. 108. § 37. tanóra: a tantervben meghatározott tanulmányi követelmények teljesítéséhez az oktató személyes közreműködését igénylő foglalkozás (előadás, szeminárium, gyakorlat, konzultáció), amelynek időtartama legalább negyvenöt, legfeljebb hatvan perc.

<sup>2</sup> pl. esetismertetések, szerepjáték, tematikus prezentációk stb.

<sup>3</sup> pl. folyamatos számonkérés, évközi beszámoló

<sup>4</sup> pl. esettanulmányok, témakidolgozások, dolgozatok, esszék, üzleti, szervezési tervek stb. bekérése

7. Szabó Norbert Péter, 2011. Bevezetés a geostatisztikába. Elektronikus jegyzet. Miskolci Egyetem.  
<http://www.uni-miskolc.hu/~geofiz/segedlet.html>.

Azoknak az **előírt szakmai kompetenciáknak, kompetencia-elemeknek** (*tudás, képesség stb., KKK 7. pont*) a felsorolása, **amelyek kialakításához a tantárgy jellemzően, érdemben hozzájárul**

*pl.:*

Tudása:

- Ismeri a térinformatikai adatkezelés módszereit és a geoinformatikai rendszerek alapjait.
- Ismeri a nyersanyagkutatás, -kitermelés és -feldolgozás során alkalmazott technológiákat és azok technikai eszközeit, az eszközök működési elveit, szerkezeti egységeit.
- Ismeri a földtani közeg vizsgálatához alkalmazott mérési eljárásokat, azok eszközeit, műszereit, mérőberendezéseit.
- Ismeri szakterületén az üzemi mérési és szabályozó módszereket.
- Ismeri a környezetvédelmi szakterület műveléséhez szükséges általános és specifikus matematikai, természet- és társadalomtudományi elveket, szabályokat, összefüggéseket.
- Korszerű informatikai ismeretek birtokában használni tud szakmai adatbázisokat és specializációtól függően egyes tervező, modellező, szimulációs szoftvereket.
- Ismeri a környezetvédelmi szakterület tanulási, ismeretszerzési, adatgyűjtési módszereit, azok etikai korlátait és problémamegoldó technikáit.

Képes:

- Képes a műszaki földtudományi szakterület legfontosabb műszaki elméleteit, módszertani ismereteit az adott specializációhoz tartozó szakmai feladatok végrehajtásakor alkalmazni.
- Képes rendszerbe foglalva értelmezni a földtudományi szakterülethez kapcsolódóan megszerzett természettudományi elveket, összefüggéseket, ismeretanyagot.
- Képes a környezeti elemek és rendszerek korszerű mérőeszközökkel történő mennyiségi és minőségi jellemzőinek alapfokú vizsgálatára, mérési tervek összeállítására, azok kivitelezésére és az adatok értékelésére.

Attitűd:

- Törekszik a műszaki földtudományi szakterületen alkalmazott legjobb gyakorlatok, új szakmai ismeretek, módszerek megismerésére.
- Törekszik kreatív megoldások megtalálására feladatának megoldása során.
- Felelősséggel vallja és képviseli a mérnöki szakma értékrendjét, nyitottan fogadja a szakmailag megalapozott kritikai észrevételeket.

Autonómiája és felelőssége:

- Munkáját a fenntartható természeti erőforrás gazdálkodás elveinek tiszteletben tartásával végzi.
- Önálló véleménnyel rendelkezik a földtudományi szakterület adott specializációját érintő szakmai kérdésekről.
- Felelősséget vállal a szakvéleményében közölt megállapításokért és szakmai döntéseiért, az általa, illetve irányítása alatt végzett munkafolyamatokért.

**Tantárgy felelőse** (*név, beosztás, tud. fokozat*): **Prof. Dr. Faitli József, egyetemi tanár**

**Tantárgy oktatásába bevont oktató(k)**, ha van(nak) (*név, beosztás, tud. fokozat*):

**Prof. Dr. habil. Szabó Norbert, egyetemi tanár**

## 2. TANTÁRGYTEMATIKA

**Mérnöki statisztika**  
**Tantárgytematika (ÜTEMTERV)**  
**Aktuális tanév őszi félév**  
**Környezetmérnök BSc, 3. félév, törzsanyag tárgya**  
**Műszaki Földtudományi Mérnöki BSc, 3. félév, törzsanyag tárgya**

Oktatási hét	Előadás tematika
1.	Alap mérnöki statisztikai alkalmazási példák a műszaki földtudományokban. Adatok vektorokba rendezése és statisztikai kiértékelése a társadalomföldrajzban. Geoinformatikai statisztikai alkalmazások. „Advanced” statisztikai módszerek a geofizikában. A mintavételezés 3+1 alapesete. Egy hányóban álló nagytömegű anyagalmaz értékének a becslése. Adott alapsokaság heterogeneitásának, azaz a szórásnak a becslése. Tableták hatóanyag tartalmának a szórása. Duna meder megfelelő szemcseméret-összetételű kővel való feltöltése, az eloszlásfüggvény becslése. Plusz egy: szennyezés továbbterjedésének monitoringja. A valószínűségi változó és a valószínűségeloszlás. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók.
2.	Nevezetes diszkrét valószínűségeloszlások (Karakterisztikus, Hipergeometriai, Binomiális, Poisson). Kombinatorikai ismétlés. A permutáció, variáció és kombináció. Az eloszlásfüggvény definíciója és tulajdonságai. A sűrűségfüggvény definíciója és tulajdonságai. Nevezetes folytonos valószínűségeloszlások (Egyenletes, Normál, Standard normál, Exponenciális). A Gauss függvény vajon sűrűségfüggvény? Numerikus bizonyítás.
3.	Műveletek normál eloszlással. A normalizálás. A Gauss sűrűségfüggvény néhány értékének kiszámítása adott helyeken. Különböző feladatok annak kiszámítására, hogy adott normál eloszlású valószínűségi változó (pl. fiúk és lányok IQ-ja) hány százaléka kisebb, vagy nagyobb adott értékeknél. A normál eloszlás sűrűségfüggvényének numerikus integrálása. A várható érték. A szórás. A vizsgált nevezetes eloszlások várható értékének és szórásának a meghatározása a $D^2(\xi) = M(\xi^2) - M^2(\xi)$ összefüggés felhasználásával.
4.	Valószínűségeloszlások egyéb jellemzői, a medián és a módusz. A matematikai statisztika céljai. A mintavételezés. Az n elemű mintasorozat. Az átlag várható értéke. Az átlag szórása. Az alapsokaság elméleti jellemzőinek a becslése az n elemű mintasorozat alapján. Az empirikus szórás miért ad torzított becslést a szórásra kis mintaelemszám esetén?
5.	Az n elemű mintasorozat elemeinek osztályba sorolása majd az empirikus eloszlásfüggvény, a hisztogram és az empirikus sűrűségfüggvény meghatározása. Függvényillesztés. Mi a különbség a hisztogram és az empirikus sűrűségfüggvény között? A centrális határeloszlási tétel.
6.	Megbízhatósági intervallum az alapsokaság várható értékére, ha ismert a szórás és egy n elemű mintasorozat, az un. z-próba. A standard normál eloszlás jellemző sűrűség- és eloszlásfüggvénye. A standard normál eloszlás adott értékeinek számítása az excel programmal. Megbízhatósági intervallum az alapsokaság várható értékére, ha csak a minta eredménye ismert.
7.	A hibamargó értelmezése és kiszámítása. A t-eloszlás jellemző sűrűség- és eloszlásfüggvénye. A t-eloszlás adott értékeinek számítása az excel programmal. Megbízhatósági intervallum az alapsokaság szórására, ha csak a minta eredménye ismert. A khinégzet-eloszlás jellemző sűrűség- és eloszlásfüggvénye. A khinégzet-eloszlás adott értékeinek számítása az excel programmal.
8.	Bevezetés: adateloszlások, sűrűség- és eloszlásfüggvények. Az adatrendszer

	jellemző értékei.
9.	Mérési változók együtt változásának jellemzése, a kovariancia fogalma. A Pearson-féle (lineáris) és a Spearman-féle (nemlineáris) rangkorrelációs együtttható. Lineáris és nemlineáris regressziós módszerek.
10.	Helyfüggő paraméterek becslése geostatistikai (krigelési) eljárásokkal, variogram modellek.
11.	Többdimenziós valószínűség-eloszlások. Többváltozós adatelemzés alapjai, a mérési adatok mátrixba rendezése és a változók skálázása.
12.	Csoportosítási eljárások, hierarchikus és nem-hierarchikus klaszterelemzés.
13.	Mérnöki és földtudományi alkalmazások bemutatása.
14.	

Oktatási hét	Gyakorlat tematika
1.	Feladatok a számtani átlag kétféle kiszámítási módjára. Az átlag, az empirikus szórás és a korrigált empirikus szórás kiszámítása kézi számológéppel statisztika üzemmódban és excel programban számítógéppel. A standard normál eloszlás eloszlás- és sűrűségfüggvényének ábrázolása. Az értékek kiolvasása táblázatból, illetve excel program segítségével. A sűrűségfüggvény alatti terület kiszámítása adott intervallumon. Az excel program használata a standard normál eloszlás jellemző értékeinek a meghatározására.
2.	A t-eloszlás, eloszlás- és sűrűségfüggvényének ábrázolása. Az értékek kiolvasása táblázatból, illetve excel program segítségével. A sűrűségfüggvény alatti terület kiszámítása adott intervallumon. Az excel program használata a t-eloszlás jellemző értékeinek a meghatározására. A khinégyzet eloszlás, eloszlás- és sűrűségfüggvényének ábrázolása. Az értékek kiolvasása táblázatból, illetve excel program segítségével. A sűrűségfüggvény alatti terület kiszámítása adott intervallumon. Az excel program használata a khinégyzet eloszlás jellemző értékeinek a meghatározására.
3.	Kombinatorikai ismétlés. A permutáció, variáció és kombináció. Feladatok diszkrét valószínűségeloszlások valószínűségeinek a számítására (Karakterisztikus, Hipergeometriai, Binomiális, Poisson). Feladatok folytonos valószínűségeloszlások valószínűségeinek a számítására (Egyenletes, Normál, Standard normál, Exponenciális).
4.	Egy mérés, azaz az n elemű mintasorozat kiértékelése, a várható érték és a szórás becslése. A relatív szórás kiszámítása. Megbízhatósági intervallum számítása a várható értékre. A hibamargó számítása. Iteratív feladatok megoldása, amikor az a kérdés, hogy legalább hány elemű mintát kell venni ahhoz, hogy adott megbízhatósági intervallumot becsülhessünk.
5.	Az n elemű mintasorozat elemeinek osztályba sorolása majd az empirikus eloszlás függvény, a hisztogram és az empirikus sűrűség függvény meghatározása. Függvényillesztés, az eloszlásfüggvény becslése. A medián és a módusz, ill. egyéb nevezetes valószínűségi változó értékek meghatározása. Megbízhatósági intervallum az alapsokaság várható értékére, ha ismert a szórás és egy n elemű mintasorozat, azaz a z-próba elvégzése. Megbízhatósági intervallum számítása a szórásra a khinégyzet-eloszlás segítségével adott n elemű mintasorozat eredményei alapján.
6.	1. Zárthelyi dolgozat
7.	Bevezetés a MathWorks Matlab programnyelvbe, a Statistical Toolbox néhány eleme. Átlag, medián, súlyozott átlag számítása. Sűrűség- és eloszlásfüggvények paramétereinek meghatározása.

<b>8.</b>	A korrelációs együttható számítása. Gyakorlati problémák korrelációs mátrixa. Pl. földmágneses adatok térbeli korrelációja.
<b>19.</b>	Mágneses adatok krigelése Golden Software Surfer programmal.
<b>10.</b>	Lineáris és nemlineáris regressziós gyakorlatok. Bizonyítás a regressziós koefficiensek nevezetes statisztikai paraméterekkel való előállítására.
<b>11.</b>	Léptékváltási gyakorlatok. Klaszteranalízis a MathWorks Matlab programcsomag segítségével.
<b>12.</b>	2. Zárthelyi dolgozat
<b>13.</b>	Szimulált konferencia, powerpoint előadások bemutatása. Pótzárthelyi dolgozat, javítás.

### 3. MINTA ZÁRTHELYI

#### I. zárthelyi feladat (A)

##### Mérnöki statisztika

1. Egy csővezeték adott pontjában az áramló közeg sebességét lézer Doppler sebességmérő segítségével mértük meg 30 egymást követő pillanatban. A mért értékek [m/s] dimenzióban, nagyság szerint sorba rendezve:

2,14    2,22    2,26    2,28    2,32    2,33    2,35    2,36    2,38    2,39    2,41    2,42  
2,42

2,42    2,45    2,46    2,47    2,47    2,48    2,49    2,52    2,52    2,54    2,56    2,58  
2,63

2,64    2,64    2,68    2,74

- Becsülje meg a sebesség eloszlásának a szórását és a várható értékét.
- Becsülje meg az eloszlás- és a sűrűség függvényt.
- Ábrázolja a hisztogramot.
- Az empirikus sebesség-sűrűségfüggvényen ábrázolja annak a normáleloszlásnak a sűrűségfüggvényét, amelynek a sebesség átlag a várható értéke és a sebesség korigált empirikus szórás a szórása.
- 95 %-os megbízhatósági szint mellett milyen tartományba esik a sebesség várható értéke?
- Legalább hány mérést kell végezni ahhoz, ha az e. pontban meghatározott megbízhatósági intervallum 9/10-ed része hibával szeretnénk intervallumot illeszteni?
- 96 %-os megbízhatósági szint mellett milyen tartományba esik a sebesség szórása?



## 4. VIZSGAKÉRDÉSEK

### Mérnöki statisztika

1. Az alapsokaság elméleti jellemzői és azok tulajdonságai. A valószínűségi változó fogalma. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók. Nevezetes eloszlások.
2. Az alapsokaság elméleti jellemzőinek a becslése egy  $n$  elemű mintasorozat alapján, a minta empirikus jellemzői.
3. A centrális határeloszlási tétel. Megbízhatósági intervallum az alapsokaság várható értékére, ha ismert a szórás és egy  $n$  elemű mintasorozat, az ún.  $z$ -próba.
4. Megbízhatósági intervallum az alapsokaság várható értékére, ha csak a minta eredménye ismert. A hibamargó értelmezése és kiszámítása.
5. Megbízhatósági intervallum az alapsokaság szórására, ha csak a minta eredménye ismert.
6. Mérési változók együtt változásának jellemzése, a kovariancia fogalma. A Pearson-féle (lineáris) és a Spearman-féle (nemlineáris) rangkorrelációs együttható.
7. Lineáris és nemlineáris regressziós módszerek.
8. Helyfüggő paraméterek becslése geostatistikai (krigelési) eljárásokkal, variogram modellek.
9. Többdimenziós valószínűség-eloszlások. Többváltozós adatelemzés alapjai, a mérési adatok mátrixba rendezése és a változók skálázása.
10. Csoportosítási eljárások, hierarchikus és nem-hierarchikus klaszterelemzés.

## 5. EGYÉB KÖVETELMÉNYEK

Nincs

Miskolc, 2023. április 11.

Dr. Nagy Sándor  
intézetigazgató egyetemi docens

Prof. Dr. Fajtli József  
egyetemi tanár